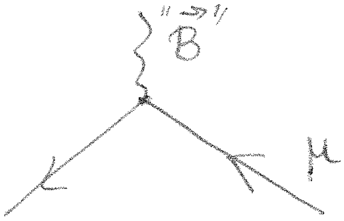
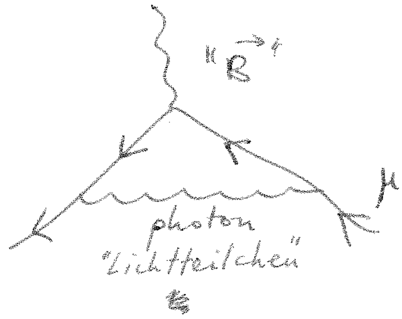
27.06.2023

Erweiterung zur Quantenfeldtheorie



Korrektur:



↪ führt zu
$g = 2$. (Dirac '28)

↪ $\frac{g-2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi}$

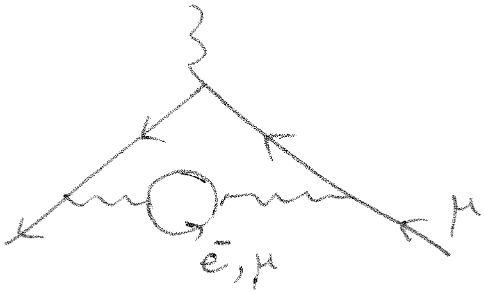
Schwinger '47

$\alpha \cong \frac{1}{137.036}$ Feinstrukturkonstante

$= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$

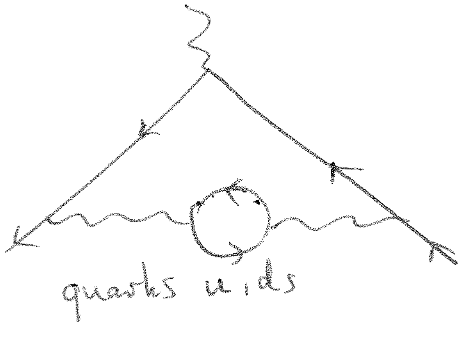
Höhere Korrekturen (QED):

z. B.



Beitrag von Ordnung α^2.
"Vakuumpolarisation".
$Q_e = -e = Q_\mu$

... dann muss

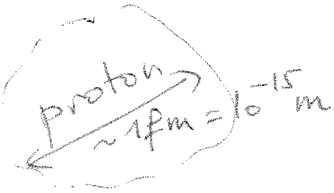


auch beitragen!

$Q_u = \frac{2}{3} e$

$Q_d = -\frac{1}{3} e = Q_s$

Aber: Quarks existieren in freier Form nur für ~~Zeit~~ kurze Dauer, von Ordnung $\frac{0.1\,\mathrm{fm}}{c}$



Der Prozess der Messung von $\frac{g-2}{2}$ dauert aber viel länger:

$$\frac{\hbar}{m_\mu c^2} \approx \frac{2\,\mathrm{fm}}{c}$$

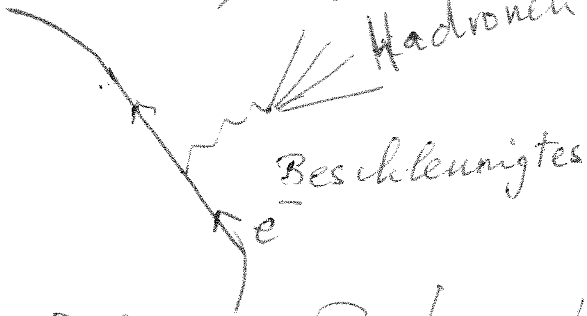
$\Rightarrow$ Auf dieser Zeitskala haben die Quarks Zeit, gebundene Zustände zu bilden: Pionen, Kaonen, Rho Meson, ...
"Zoo der Hadronen"

- Grobe Schätzung des Effekts der Vakuumpolarisation durch die Hadronen:

$$\Delta\left(\frac{g-2}{2}\right) \cong \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{m_\mu^2}{m_\rho^2} \approx 10^{-7}$$

- Das ρ Meson hat die selben Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{--}$ wie das Photon.

- Der Effekt ist proportional zur Wahrscheinlichkeit pro Einheit Zeit (Rate) für den Prozess

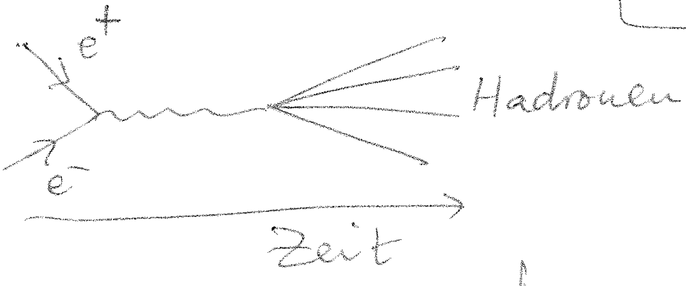


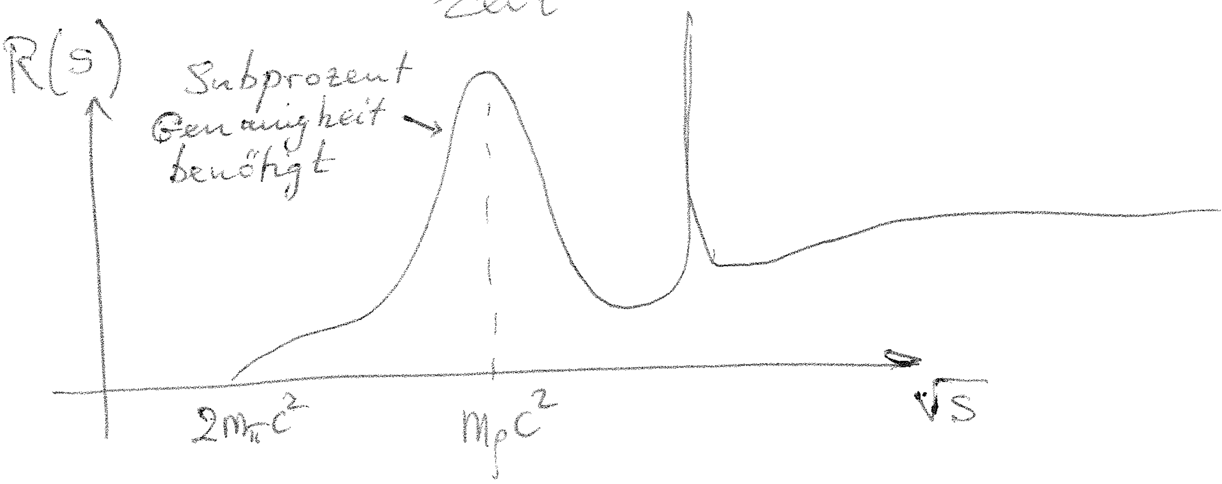
- Diese Rate kann experimentell in Elektron-Positron (Kollisionen) gemessen werden:

$$\frac{\text{Rate}\left(e^+e^- \to \text{alle möglichen Hadronen}\right)}{\text{Rate}\left(e^+e^- \to \mu^-\mu^+\right)} = R(s)$$

$\sqrt{s}$ = Schwerpunktenergie

(leicht) kann berechnet werden.





$$\Delta\left(\frac{g-2}{2}\right) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{m_\mu^2}{9} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2}\, \hat{K}\left(\frac{s}{m_\mu^2}\right) R(s) .$$

· Alternative Methode:

Die Wechselwirkungen der Quarks und Gluonen können ab initio auf dem Computer berechnet werden.

· Die Quark- und Gluonfelder werden auf einem 4dim. Raum-Zeit Gitter diskretisiert, Gitterabstand $a \lesssim 0.1\,\mathrm{fm}$.

· Volumen wird c. $(6\,\mathrm{fm})^3$ groß gemacht
→ endliche Anzahl an Freiheitsgraden.

· Was berechnet werden kann: Vektor-Korrelator $G(t)$,

$$G(t) = \int_0^\infty ds \left(\frac{s\,R(s)}{12\pi^2}\right) \frac{e^{-\sqrt{s}\,t}}{2\sqrt{s}}$$

$$\rightarrow \quad \Delta\left(\frac{g-2}{2}\right) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{m_\mu^2} \int_0^\infty dt \underbrace{K(m_\mu \cdot t)}_{\text{exakt bekannt}} G(t)$$