

1. Die Geschichte des β -Zerfalls

1896 entdeckt Becquerel das seltsame Phänomen, dass Uransalze phosphoreszieren (glow-in-the-dark Aufkleber für Kinderzimmer) selbst ohne, dass diese dem Licht ausgesetzt werden. Also erkennt B. dass Uransalze mysteriöse Strahlen emittieren, — so etwa wie Röntgen-Strahlen? Oder doch andere?

Die Jahre danach wird aktiv geforscht: Was wird aus den Uransalzen nach der Abstrahlung? Was für Eigenschaften besitzen die Strahlen?

Gibt's andere radioaktive Substanzen?

Viele weitere Wissenschaftler haben dazu beigetragen, diese und weitere Fragen zu beantworten.

Marie Skłodowska - Curie und

Pierre Curie: entdecken Radium und Polonium; die "Strahle" werden anhand Magnetfeld abgelenkt und durch die Kurvatur $\sim e/m$ mit dem Elektron identifiziert werden.

Rutherford und Soddy klassifizieren α, β, γ -Strahle, identifizieren α mit He-4 Ionen.

Es stellt sich heraus, dass bei α, β Abstrahlung wandeln die chemischen Elemente um: beim β -Prozess wird die Atomzahl um eine Einheit größer, während beim α -Zerfall um zwei kleiner.

α - und γ -Zerfall weisen ein diskretes Spektrum auf.

Analogie: ein Ball rollt ab



Vorm Abrollen ruht der Ball,

→ aus Energieerhaltung

$$mgh = m \frac{v^2}{2}, \quad v = \sqrt{2gh}$$

Geschwindigkeitsspektrum

$S(v)$



↳ viele Abroll-Versuch
Bei jedem Versuch
Geschw. gemessen
und aufgetragen

Bei einem festem h nur ein Wert
gemessen wird → diskretes Spektrum

Intuitiv: der zerfallender Kern
in einem instabilen Gleichgewicht
zustand (Potenziellenergie " mgh "
vorhanden), dann von einem
beliebig schwachem Stoß kann's
zum Zerfall / Abroll kommen.

Jedoch beim β -Zerfall ist das
Spektrum kontinuierlich:

$S_{\beta}(v)$



v_{\max}

Um dieses Phänomen zu erklären schlug Pauli vor, dass die β -Teilchen nur ein Teil der Energie tragen, die zwischen denen und den bislang nicht beobachteten "neutrinos" geteilt wird.


Energie - momentum erhalten

$$E_0 = mc^2 \quad E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2}$$

Teilchenphysiker benutzen

$$\text{Einheiten } \hbar = c = 1$$

$$\left(\sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2}, \vec{p}_1 \right) \quad \left(\sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2}, \vec{p}_2 \right)$$

\leftarrow  \rightarrow

$$(E, \vec{p}) = (M, \vec{0})$$

$$\text{Energiebilanz: } \sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2} = M$$

$$\text{Impulsbilanz: } \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$$

$$M^2 + m_2^2 + \vec{p}^2 - 2M\sqrt{m_2^2 + \vec{p}^2} = m_1^2 + \vec{p}^2$$

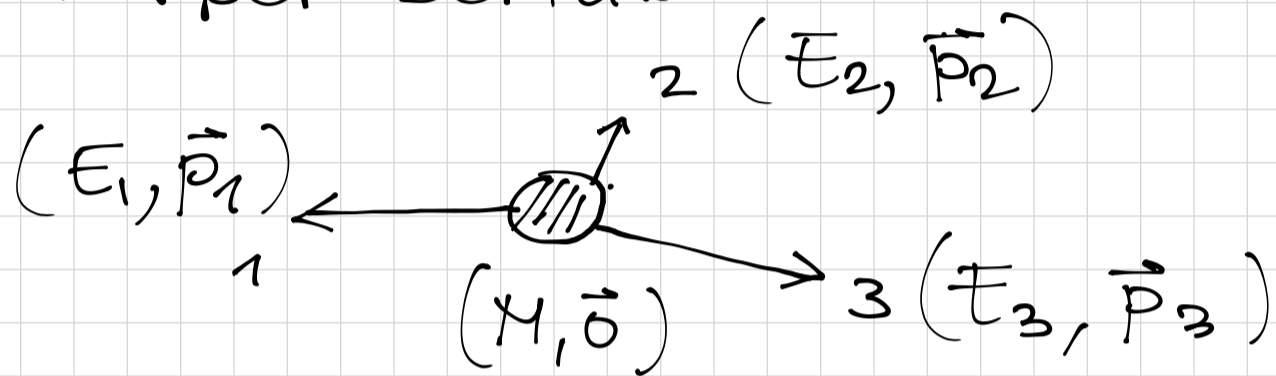
$$E_2 = \sqrt{m_2^2 + \vec{p}^2} = \frac{M^2 - m_1^2 + m_2^2}{2M}$$

$$E_1 = \sqrt{m_1^2 + \vec{p}^2} = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}$$

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}}{2M}$$

Für einen 2-Körper zerfall nur
 1 Wert des Impulses möglich
 (Diskretspektrum)

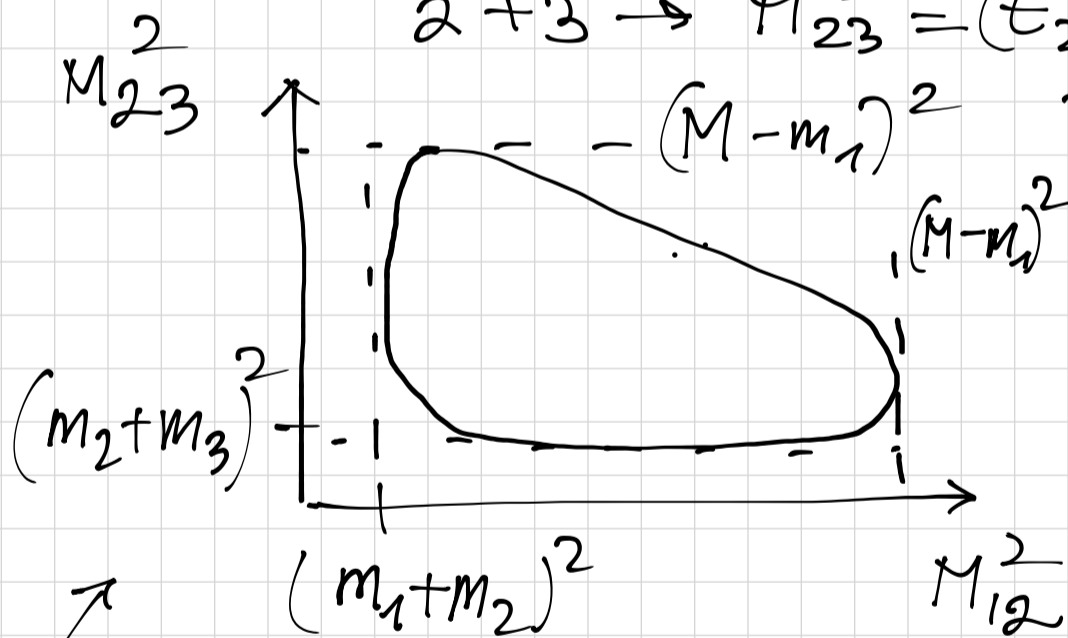
3-Körper zerfall



Man definiert ein "effektives Teilchen"

eg. $1+2 \rightarrow M_{12}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2$

$2+3 \rightarrow M_{23}^2 = (E_2 + E_3)^2 - (\vec{p}_2 + \vec{p}_3)^2$



Dann diese "effektiven Massen" haben keinen festen Wert, sondern Verteilung

"Dalitz plot"

Die Fläche des Dalitz plots entspricht dem Phasenraum, der in einem 3-Körper zerfall zugänglich ist

Nun die Frage: Woher stammen die α , β , γ Teilchen? Sind diese Bestandteile der Atomkerne?

Für lange Zeit hat man gedacht, dass das Elektron aus dem Inneren des Kernes stammt – sogenanntes (pe) -Modell: die Atom-Masse stimmt mit Atomzahl (Anzahl der Protonen und Elektronen) nicht überein. Außerdem kennt man "Isotope" – Variante desselben chemischen Elements, nur mit abweichenden Massen. Einmal das Neutron entdeckt wurde, so wurde es klar, dass der Atomkern aus Z Protonen und N Neutronen besteht, indem $Z = \text{Atomzahl}$ und $(Z+N) = \text{Atommassenzahl}$.

? Dann, woher kommt das β -Elektron
Fermi in 1933-34 schreibt die allererste echte Quantenfeldtheorie hin: in Quantenmechanik kann kein Teilchen kriert werden,

jedoch nach Einsteinsatz
 $E = mc^2$ wäre es möglich,
sobald genug Energie vorhanden
ist.

$$\Gamma_{int} \sim G_F (\psi_f^\dagger \psi_i) (\psi_e^\dagger \psi_\nu) + h.c.$$

(eigentlich noch Isospin, Spin...)

Man braucht nur eine einzige
Konstante G_F zu kennen, um die
Rate eines Zerfalls vorhersagen
zu können, anhand der Quanten-
zahlen der Zustände $|i\rangle$ und $|f\rangle$,
sowie deren Massen.

Wenn $\text{Spin}(f) \neq \text{Spin}(i)$, der
Überlapp $\psi_f^\dagger \psi_i$ ist nur nicht
Null, wenn entsprechende Anzahl
der Einheiten des Spins u. Drehimpulses
von (e^-, ν) Paar getragen wird.

Da die Energie des Zerfalls viel
kleiner ist, als die Kern-Masse,
kommt jede Einheit des Drehimpulses
mit einer "Strafe" $\sim Q_{EC}/M \ll 1$

so nennt man solche Zerfälle
"verbotene", anders sind die
"erlaubt".

Erlaubte Zerfälle:

Fermi-Zerfall - Kern-Spin wird
nicht angesprochen; man unter-
scheidet "Super-erlaubte" Zerfälle
wenn $\text{Spin}(i) = \text{Spin}(f) = 0$

Gamow-Teller Zerfall - Kernspin
wird angesprochen und ändert
sich um $\frac{1}{2}\hbar$ (wird vom $(e, \bar{\nu})$ Paar
weggetragen), e.g. $\text{Spin}(i) = 0$;
 $\text{Spin}(f) = 1$

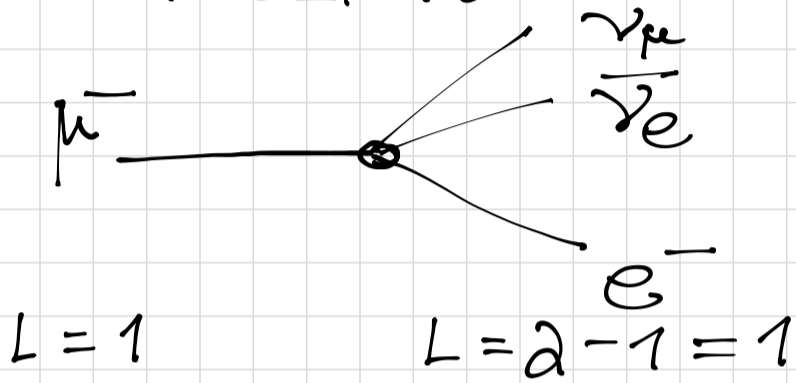
Im allgemeineren Fall \rightarrow gemischte
Zerfälle

Fermi-Theorie beschreibt die
ganze Reihe der β -Zerfälle
sehr erfolgreich, und konnte
auch neue Phänomene vorher-
sagen, z.B. Elektronen-Einfang
(umkehrte Reaktion zum
 β -Zerfall)

$$\text{Statt } A_i \rightarrow A_f + e^- + \bar{\nu}$$

$$e^- + A_f \rightarrow A_i + \nu$$

Muons Lebensdauer und
Präzisionsära



Teilchen und
Antiteilchen-Bilanz
Leptonenzahl L

Fermion: $L = +1$

Anti-f.: $L = -1$

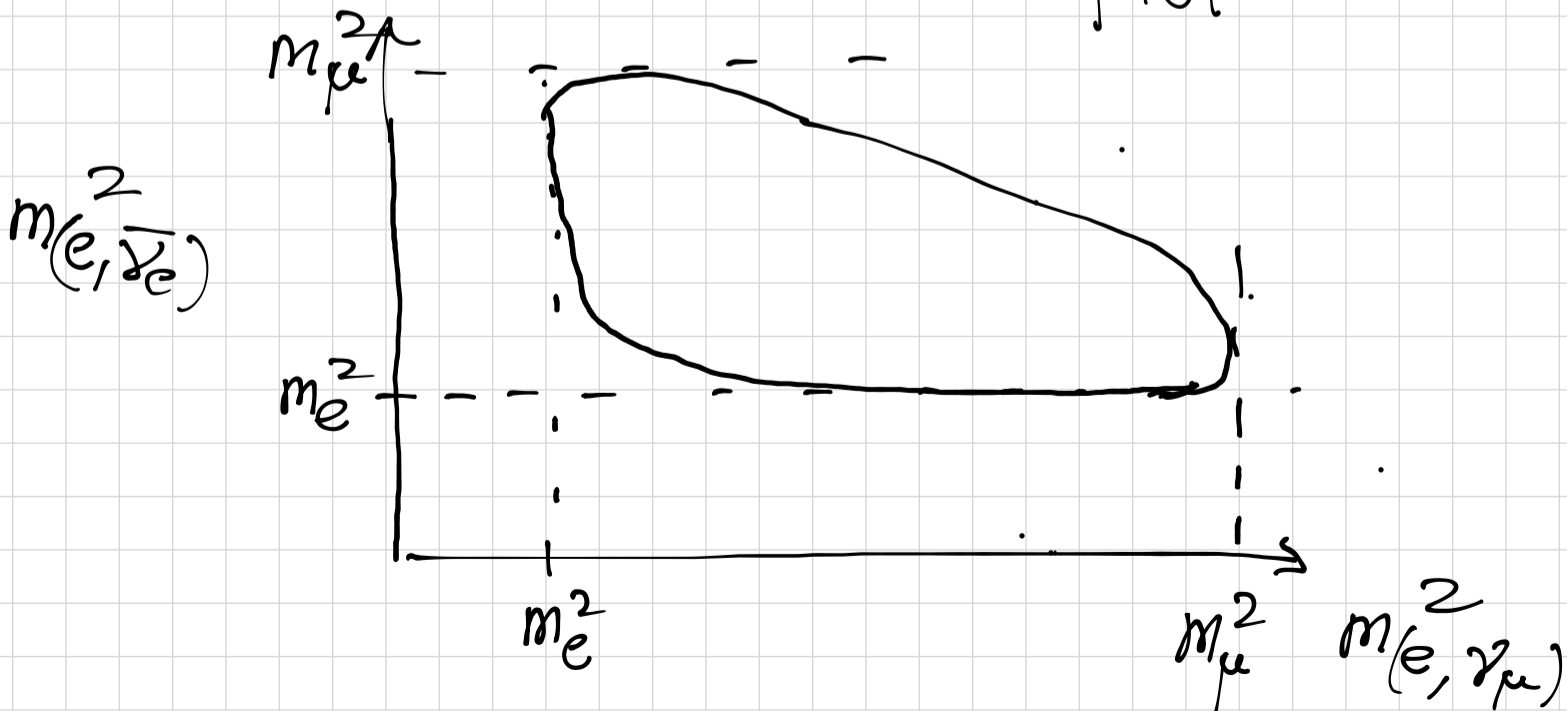
$$\Gamma = \frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} F(x) [1 + \delta_\mu]$$

$$F(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \ln x$$

↑

$$x = m_e^2 / m_\mu^2$$

Phasenraumintegral über den Dalitz-plot



$$m_e = 0.51099895000(15) \text{ MeV}$$

$$m_\mu = 105.6583755(23) \text{ MeV}$$

$$\hookrightarrow F(x) = 0.99981295$$

$$\mu\text{-Lebensdauer } \tau_\mu = 2.1969803(22) \mu\text{s}$$

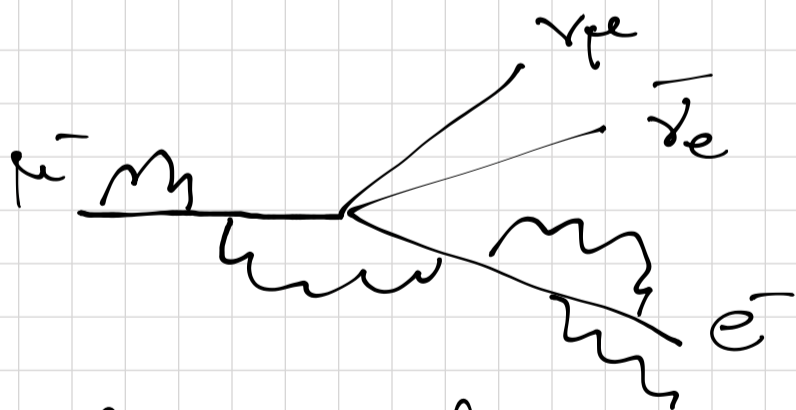
\hookrightarrow Fermi-Konstante

$$G_F = G_\mu = 1.1663788(7) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Was habe ich vergessen?

Strahlungskorrektur δ_μ

\hookrightarrow in QFT ist die Anzahl der Teilchen nicht fixiert \rightarrow selbst bei fixierten Anfangs- und Endzustand können virtuelle Teilchen abgestrahlt und absorbiert werden



Zudem wird im Detektor das e^- nicht immer vom ($e^+ + \gamma$) unterschieden

$$\hookrightarrow \delta_\mu = \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2 \right) \quad \text{"1-Schleifen"}$$

$$+ \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[\frac{1}{3} \ln \frac{m_\mu}{m_e} + 6.700 + \dots \right]$$

$$\delta\mu = -4.19818 \cdot 10^{-3} \text{ 2-Schleifen}$$

τ_μ bekannt bis 7 Stellen

$[1 + \delta\mu]$ muss ausgerechnet werden
zur mindestens gleichen
Präzision!

Hier schon faszinierende Konzepte
der QFT, z. B. sind Konstanten
konstant?

Ist die Antwort auf diese Frage
vom Prozess, in dem diese gemessen
wird, unabhängig? Und der Wert?

z. B. elektromagnetische Konstante

$$\alpha(0) = \frac{e^2}{4\pi} = [137.035999180(10)]^{-1}$$

↳ gemessen in Atomen, also
bei (≈ 0) Energie

$$\text{aber } \hat{\alpha}^{(5)}(M_Z) = [127.951(9)]^{-1}$$

Statt dessen ist G_F eine
echte Konstante, and wird

aus μ -Lebensdauer
gewonnen \Rightarrow bezeichnet mit G_μ

Super!

Dieselbe Übung kann man also
auch für β -Zerfälle machen.

$$H_{\text{int}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e + \text{h.c.}$$

Diese Form der W.W. stammt aus
Experimentellen Beobachtungen:
die Parität ($\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$) ist nicht
erhalten, und dasselbe gilt für
Muonzerfall

Supererlaubte β -Zerfälle

$$\frac{1}{T(\beta)\tau} \sim G_F^2 \sim 0.95 G_\mu^2$$

c.f. $5 \cdot 10^{-2}$ mit 10^{-6} in G_μ

Es gibt auch weitere schwache
Zerfälle, denen die Strange-Quarks
untergehen, z.B.

$$\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

$$\Lambda \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$K \rightarrow \pi + \mu + \gamma_\mu$$

$$\text{Hint} = \frac{G_F^S}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) s \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e$$

$$\frac{1}{F(x)} \sim |G_F^S|^2 \sim 0.05 G_F^2$$

Cabibbo : 2×2 Dreh-Matrix

$$V_C = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} G_F^{ud} = \cos \theta_C G_F \\ G_F^{us} = \sin \theta_C G_F \end{pmatrix} \rightarrow \underline{\cos^2 \theta_C + \sin^2 \theta_C = 1}$$

Heute kennen wir 6 Quark-Flavor

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

$$\hookrightarrow V_C \rightarrow V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

$$\underline{V^{\dagger} V = \mathbb{1}}$$

Global fit mit der Unitaritätsbeding.

$$|V_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0.97435(16) & 0.22500(67) & 0.00369(11) \\ 0.22486(67) & 0.97349(16) & 0.04182(25) \\ 0.00857(20) & 0.04110(23) & 0.999118(36) \end{pmatrix}$$

Dabei supererlaubte β -Zerfälle
ergeben $|V_{ud}| = 0.97373(31)$

Kaon-Zerfälle:

$$|V_{us}| = 0.2243(8)$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9985(7) \\ \neq 1$$

Eine enge Zusammenarbeit
Theorie - Experiment, um
sehr präzise Messungen (α)
anhand gleich präziser Rechnungen

Phasenraumintegrale f
Strahlungskorrekturen Δ_R
(Prozess-spezifisch!) δ_{ke3}

in präzise Werte von
 $|V_{ud}|$, $|V_{us}|$ umzusetzen

δ_{ke2}
:
: